2013 春　基礎演習 B
統計学の基礎
期末試験 解答

- 計算ミスが結構ありました. 式があっていれば加点していますが, 今後は気を付けましょう.
- 両側検定，片側検定の使い分けに戸惑っているようです．仮説より大きい可能性と小さい可能性の両方を心配しなければいけないときは，基本的に両側検定です．一方，小さいはずはない，あるいは小さいぶんには構わないという場合は，右片側検定を使います．反対に，大きいはずはない, あるいは大きいぶんには構わないという場合には, 左片側検定を用います. たとえば，充電池の性能などは，表示（仮説）より長いぶんには問題ないわけです．逆に仮説より短いと詐欺になりますので，小さい t や z が出てくる可能性を考えて，左片側検定を行います．小さい t や z が出てこなければ，めでたく表示（仮説）は指示されますが，十分に小さい t や z が出てしまうと，残念ながら表示（仮説）がデータによって棄却されてしまうわけです. 第 4 問などは，横組を好む人が 30 パーセントより大きい・小さいどちらが問題なのかはっきりしませんので，両側検定にしておきます．一方，第 3 問は，明らかに 15 分より多くかかってしまう可能性を危惧しているわけですから，片側検定を用います.
- 検定統計量 z や t を計算する際に，標本平均から仮説を引くのではなく，仮説から標本平均を引いている解答がけっこうありました (したがって符号が逆になっている). なぜそうなったのかよくわかりませんが，見直しておいてください．リクエストに応じて答案は返却します．返却を希望される場合はご連絡ください.

第 1 問
省略.

第 2 問
差があるというだけで,「プログラムが有効だ」とは言えない．もともと学生の平均点は確率分布するのだから（＝プログラムが有効でなかったとしても，偶然に学生の平均点が上がることもある),「そういった確率的変動を考慮したとしても，プログラムが有効でなければこんなに差が出るはずはない」というくらい，十分な差が出なければならない．実際，標準偏差 2 個分くらいの値は十分出るわけで，したがって，標準偏差 2 個分以上離れた値が出れば，プログラムに効果があったと判定してもよさそうである．つまり，プログラムの有効性を議論するためには，学生の点数の確率的変動の度合い，すなわち標準偏差を知る必要がある.

第 3 問

標本数が 16 と少ないので，正規分布による検定はできない．t 分布を用いなければならない．「徒歩 15 分である（$\mu=15$）」という仮説の下で検定統計量 t を計算すると，次のようになる．

$$t=\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}=\frac{18-15}{\frac{5}{\sqrt{16}}}=2.4$$

ここでは「実際には 15 分以上かかる」可能性を疑っているので，15 より大きな値が出てくる（＝t が大きな値をとる）可能性を気にすればよい．したがって，右片側検定になる．15 より小さいことは「誇大広告」にあたらないので，ここで気に掛ける必要はない．

自由度 15 の t 分布の片側 5 パーセント点は 1.75305，片側 2.5 パーセント点は 2.131 である．t はいずれの値も超えている（＝15 分という仮説が正しければ出てくるはずの範囲を超えている）ので，「15 分である」という仮説は棄却される．

第 4 問

比率の検定．正規分布が使える．

「横組を好む人は 30 パーセントである（$p=0.3$）」という仮説の下で検定統計量 z を計算すると，次のようになる．

$$z=\frac{\frac{x}{n}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}=\frac{\frac{54}{120}-0.3}{\sqrt{\frac{0.3(1-0.3)}{120}}}=3.58$$

横組を好む人は 30 パーセントより少ないかもしれないし，多いかもしれないので，一応両側検定を行う．

有意水準 1 パーセントなので，左右それぞれ 0.5 パーセントの棄却域をとる．したがって，2.57 と-2.57 が境界となる，

3.58 は右側に軽く超えている（＝30 パーセントであるという仮説が正しければ出てくるはずの範囲を超えている）ので，「横組を好む人が 30 パーセントである」という仮説は棄却される．

第 5 問

比率（失業率）の差の検定.

「失業率に男女間で差はない（ $p_1 = p_2$ あるいは $p_1 - p_2 = 0$）」という仮説の下で，検定統計量 z を計算する.

$$z = \frac{\dfrac{x_1}{n_1} - \dfrac{x_2}{n_2} - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)\hat{p}(1 - \hat{p})}} = \frac{\dfrac{11}{600} - \dfrac{16}{400} - 0}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{600} + \dfrac{1}{400}\right)\dfrac{11+16}{600+400}\left(1 - \dfrac{11+16}{600+400}\right)}} = -2.0709$$

n_1, n_2 は男性・女性の標本数， x_1, x_2 は標本中の失業者数.

差があるかないかの検定なので，両側検定を行う．男性のほうが高いかもしれないし，低いかもしれないので.

両側 5 パーセント点は 1.96 および-1.96.

ぎりぎりで左側に超えている（＝差がないという仮説が正しければ出てくるはずの範囲をぎりぎり超えている）ので,「男女間で差がない」という仮説は棄却される.

第 6 問

平均の差の検定.

標本数が多いので正規分布でよい.

「平均点に現役・浪人間で差はない（$\mu_1 = \mu_2$ あるいは $\mu_1 - \mu_2 = 0$）」という仮説の下で，検定統計量 z を計算する.

$$z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}^2{}_1}{n_1} + \dfrac{\hat{\sigma}^2{}_2}{n_2}}} = \frac{250 - 270 - 0}{\sqrt{\dfrac{20^2}{140} + \dfrac{30^2}{240}}} = -7.78$$

浪人のほうが平均が高いかもしれないし，低いかもしれないので，両側検定を行う.

正規分布の両側 5 パーセント点は 1.96 および-1.96 であるが, 軽く左側に超えているので,「現役・浪人で差がない」という仮説は棄却される.