

国際金融論（2013）付録

ラーナー条件の導出

担当 岩村

出題日 2013年6月11日

1 変化分を求める公式

Δ (デルタ) … 変化分を表す.

為替レートが現在の E_0 から1年後に E_1 に変わったとする.

$E_1 - E_0$ を ΔE と表す.

変化分を求める公式

積の変化分

$A = B \times C$ とすると,, 変数 A の変化分は次の式で計算できる

$$\Delta A = \Delta B \times C + B \times \Delta C$$

商の変化分

$A = \frac{B}{C}$ とすると,, 変数 A の変化分は次の式で計算できる.

$$\Delta A = \frac{\Delta B \times C - B \times \Delta C}{C^2}$$

2 変化率を求める公式

2.1 変化率

ある変数の値が変化したとき, もとの値から何パーセント変化したかを**変化率**と言う.
したがって, 変化率は次の式で表される.

$$\text{変化率} = \frac{\text{変化分}}{\text{もとの値}}$$

Δ 記号を使えば, たとえば為替レート E の変化率は次のように表される.

$$E \text{ の変化率} = \frac{\Delta E}{E}$$

2.2 関数の変化率

積の変化率

$A = B \times C$ とすると、変数 A の変化率は次の式で計算できる。

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C}$$

商の変化率

$A = \frac{B}{C}$ とすると、変数 A の変化率は次の式で計算できる。

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta B}{B} - \frac{\Delta C}{C}$$

3 貿易収支の変化

円建の貿易収支は以下の式で与えられる。

$$TB = P \times X - E \times P^* \times M$$

ただし、 P は輸出財の円建価格、 P^* は輸入財のドル建価格、 X は輸出数量、 M は輸入数量、 E は邦貨建為替レートである。

3.1 弾力性

輸出財のドル建価格が上昇すれば、日本製品に対する米国の需要は減少する。輸出財のドル建価格が1パーセント上昇したときに、米国からの需要が何パーセント減少するかを、**輸出の価格弾力性**と言い、 η_X で表す。

$$\begin{aligned} \eta_X &= - \frac{\text{輸出数量の変化率}}{\text{輸出財のドル建価格の変化率}} \\ &= - \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta q}{q}} \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 $q = P/E$ (輸出財のドル建価格) である。商の変化率の公式を使えば、次式が得られる。

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{\Delta P}{P} - \frac{\Delta E}{E}$$

ここで、輸出財の円建価格は変化しないとすれば、 $\Delta P/P = 0$ なので、 $\Delta q/q$ は次のように簡略化できる。

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{\Delta P}{P} - \frac{\Delta E}{E} = -\frac{\Delta E}{E}$$

これを (1) 式と併せれば、

$$\eta_X = -\frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta q}{q}} = -\frac{\frac{\Delta X}{X}}{-\frac{\Delta E}{E}} = \frac{\Delta X}{X} \times \frac{E}{\Delta E} \quad (2)$$

同様に、輸入財の円建価格が1パーセント上昇したときに輸入数量が何パーセント減少するかを、**輸入の価格弾力性**と言い、 η_M と表す。

$$\begin{aligned} \eta_M &= -\frac{\text{輸入数量の変化率}}{\text{輸入財の円建価格の変化率}} \\ &= -\frac{\frac{\Delta M}{M}}{\frac{\Delta q^*}{q^*}} \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、 $q^* = E \times P^*$ (輸入財の円建価格) である。積の変化率の公式を用いれば次式が得られる。

$$\frac{\Delta q^*}{q^*} = \frac{\Delta E}{E} + \frac{\Delta P^*}{P^*}$$

輸入財のドル建価格を不変とすれば、 $\Delta P^*/P^* = 0$ なので、 $\Delta q^*/q^*$ は次のように簡略化できる。

$$\frac{\Delta q^*}{q^*} = \frac{\Delta E}{E} + \frac{\Delta P^*}{P^*} = \frac{\Delta E}{E}$$

これを (3) 式と併せれば、

$$\eta_M = -\frac{\frac{\Delta M}{M}}{\frac{\Delta q^*}{q^*}} = -\frac{\frac{\Delta M}{M}}{\frac{\Delta E}{E}} = -\frac{\Delta M}{M} \times \frac{E}{\Delta E} \quad (4)$$

3.2 貿易収支の変化と弾力性

いよいよ、為替レートの変化と貿易収支の変化の関係を導出する。まず、貿易収支の変化分を求める。

$$\begin{aligned} \Delta TB &= \Delta(P \times X) - \Delta(E \times P^* \times M) \\ &= (\Delta P \times X + P \times \Delta X) - [\Delta(E \times P^*) \times M + (E \times P^*) \times \Delta M] \\ &= P \times \Delta X - [(\Delta E \times P^* + E \times \Delta P^*) \times M + E \times P^* \times \Delta M] \\ &= P \times \Delta X - \Delta E \times P^* \times M - E \times P^* \times \Delta M \\ &= P \times X \times \frac{\Delta X}{X} - \Delta E \times P^* \times M - E \times P^* \times M \times \frac{\Delta M}{M} \\ &= P \times X \times \frac{\Delta E}{E} \times \frac{\Delta X}{X} \times \frac{E}{\Delta E} - \Delta E \times P^* \times M - \Delta E \times P^* \times M \times \frac{\Delta M}{M} \times \frac{E}{\Delta E} \\ &= P \times X \times \frac{\Delta E}{E} \times \left(\frac{\Delta X}{X} \times \frac{E}{\Delta E} \right) - \Delta E \times P^* \times M + \Delta E \times P^* \times M \times \left(-\frac{\Delta M}{M} \times \frac{E}{\Delta E} \right) \\ &= P \times X \times \frac{\Delta E}{E} \times \eta_X - \Delta E \times P^* \times M + \Delta E \times P^* \times M \times \eta_M \\ &= \Delta E \left(\frac{PX}{E} \times \eta_X - P^* \times M + P^* \times M \times \eta_M \right) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、当初貿易収支が均衡していたと仮定すれば、

$$\begin{aligned} P \times X &= E \times P^* \times M \\ \frac{P \times X}{E} &= P^* \times M \end{aligned}$$

これを代入すれば, (5) 式は次のようになる.

$$\begin{aligned} \Delta TB &= \Delta E \left(\frac{PX}{E} \times \eta_X - P^* \times M + P^* \times M \times \eta_M \right) \\ &= \Delta E (P^* \times M \times \eta_X - P^* \times M + P^* \times M \times \eta_M) \\ &= P^* \times M \times \Delta E (\eta_X - 1 + \eta_M) \end{aligned}$$

最後の式から, 貿易収支が改善する ($\Delta TB > 0$ となる) ためには, 次の条件が成立しなければならないことがわかる.

$$\eta_X + \eta_M > 1$$

すなわち, 円の減価が貿易収支を改善させるためには, 輸出の価格弾力性と輸入の価格弾力性の和が 1 より大きくなければならないのである. これを, **マーシャル=ラーナーの条件**と呼ぶ.