2.5.3 利子率あるいは複利最終利回り

上で見たように，割引国債と利付国債ではお金の流れが異なります．ここでは，図 2.10 と図 2.13 を比較してみましょう．割引国債には 8,000 円の利子がつくのに対し，利付国債のケースでは $(100,000 - 99,500) + 3000 + 3000 = 6,500$ 円です．一方で，割引国債の満期は 3 年で，満期まで一切受け取りがないのに対して，利付国債のほうは毎年受け取りがあり，2 年後に満期を迎えます．このような場合，政府にお金を貸すことを考えているあなたにとって，割引国債と利付国債どちらを購入するのが有利でしょうか．

このように，支払いのタイミングや満期の異なる貸出・借入手法を比較するとき，どのような基準を採用すればよいでしょうか．その答えが**利子率**ということになります．すなわち，元本や満期，支払いのタイミングは様々だが,「結局のところ 1 年間で 1 円あたりいくらの利子をつけてくれるのか」という問いに還元してしまえば，直接比較可能になるのです．

では，図 2.13 の既発の利付国債を購入するケースでは，私達は 1 円あたり 1 年間にいくらの利子を得ることができるのでしょうか．計算は後にまわして結論だけ言うと，この国債は 1 年間に 1 円あたり 0.0326 円の利子をつけてくれています．すなわち，この国債の利子率は 0.0326 ということになります．以下の表 2.1 で確認してみましょう．

今日	1 年後	2 年後
2,905.22	**3,000**	
2,813.44	2,905.22	**3,000**
93,781.34	96,840.76	**100,000**
99,500		

表 2.1: 利付国債の利子率

表の 1 列目には，今日貸し出す 99,500 円が “3 つの部分” に分けて記入されています（合計すると 99,500 になることを確認してください）．このうちの最初の部分 2,905.22 円は，1 年後にいくらになっているでしょうか．利子率が 0.0326 であれば，次式のように 1 年後にちょうど 3,000 円になり，利付国債の 1 年目のクーポンと同額になります．

$$2,905.22 \times (1 + 0.0326) = 3,000$$

この様子が表の 2 行目に書かれています．次の部分 2,813.44 円は，2 年後にちょうど 3,000 円になり，利付国債の 2 年目のクーポンと同額になります（表 3 行目）．

$$2,827.79 \times (1 + 0.0326)^2 = 3,000$$

同様に，100,000 円のうちの残りの 93,781.34 円は，2 年後にちょうど 100,000 円になり，利付国債の満期時の買い戻し額と同額になります（表 4 行目）．

$$93,781.34 \times (1 + 0.0326)^3 = 100,000$$

すなわち，「99,500 円の貸出に対して 3,000 円の支払いが 1 年毎に 2 回あり，2 年後に 100,000 円返ってくる」という契約は，結局のところ 1 円あたり 1 年間に 0.0326 円の利子をつけていることになるのです．以上で，この利付国債の利子率が 0.0326 であることが確認できました．

次に，この 0.0326 という利子率がどうやって求められたのかを考えましょう．引き続き，図 2.13 の利付国債を例にとります．さしあたり，未知数であるこの国債の利子率を “i” としておきましょう．すなわち，この国債は 1 円あたり 1 年間で i 円の利子を約束してくれるとして話を進めていきます．今，99,500 円の貸出を a_1 円，a_2 円，a_3 円の 3 つに分けて考えましょう（表 2.2）．1 年後には 3000 円を受け取ってしまうので，今日貸し出す 99,500 円の中には，1 年しか利子のつかない部分があることになります．これを a_1 としておくわけです．同様に，2 年後にも 3000 円を受け取ってしまうので，今日貸し出す 99,500 円の中には，2 年だけ利子のつく部分 a_2 があることになります．

今日	1 年後	2 年後
a_1	$a_1 \times (1+i) = 3,000$	
a_2	$a_2 \times (1+i)$	$a_2 \times (1+i)^2 = 3,000$
a_3	$a_3 \times (1+i)$	$a_3 \times (1+i)^3 = 3,000$
100,000		

表 2.2: 既発利付国債の利子率計算 (1)

最初の a_1 円は 1 年後に 3,000 円になってもらう部分ですから，1 年間だけ利子がつくと考えます．1 年間利子がついて 3,000 円になるということは，

$$a_1 \times (1+i) = 3,000$$

ということですから，これを a_1 について解けば，

$$a_1 = \frac{3,000}{1+i}$$

を得ることができます．a_1 のところに $3,000/(1+i)$ を書き込んだのが表 2.3 です．

次の a_2 円は 2 年後に 3,000 円になってもらう部分ですから，2 年間複利で利子がつくと考えます．2 年間利子がついて 3,000 円になるということは，

$$a_2 \times (1+i)^2 = 3,000$$

ということですから，これを a_2 について解けば，

$$a_2 = \frac{3,000}{(1+i)^2}$$

となります．

a_3 円は，2 年後に 100,000 円になる部分ですから，2 年間利子がつくことになります．同様に計算すれば，

$$a_3 = \frac{100,000}{(1+i)^2}$$

がわかります．以上の結果を表 2.2 に適用すると，次の表 2.3 を得ることができます．

さて，今日私達が貸し出す金額（＝国債の市場価格）は 99,500 円ですから，1 列目の総和は 99,500 円にならなければなりません．すなわち，次の式が成立しなければなりません．

$$99,500 = \frac{3,000}{1+i} + \frac{3,000}{(1+i)^2} + \frac{100,000}{(1+i)^2} \tag{2.1}$$

今日	1 年後	2 年後
$\frac{3{,}000}{1+i}$	**3,000**	
$\frac{3{,}000}{(1+i)^2}$	$\frac{3{,}000}{1+i}$	**3,000**
$\frac{100{,}000}{(1+i)^2}$	$\frac{100{,}000}{(1+i)}$	**100,000**
99,500		

表 2.3: 利付国債の利子率計算 (2)

よく見れば，この式は “i” についての**方程式**になっています．すなわち，この方程式を満たす i こそが,「この利付国債は 1 年間につき 1 円あたりいくらの利子をつけてくれるか」に対する答え，つまりこの債券の利子率なのです．この手の非線形の方程式を代数的に解くのは不可能ですから，コンピュータを用いて (2.1) を満たす利子率を近似計算すると，i は 0.0326 となります[8].

どのような貸出方法であっても，同様のプロセスを適用すればその利子率を求めることができます．最後に，今回の方法を様々な貸出方法の利子率を計算する一般的な状況に拡張しておきましょう．今，図 2.14 のようなお金の受け取りを約束してくれる一般的な債券を考えます．すなわち，満期が n 年で，1 年後に C_1，2 年後に C_2，$\cdots$，満期時に C_n の支払いがある債券が，今日 P_B 円で売られているとして，この債券の利子率を求めるにはどうすればよいでしょうか.

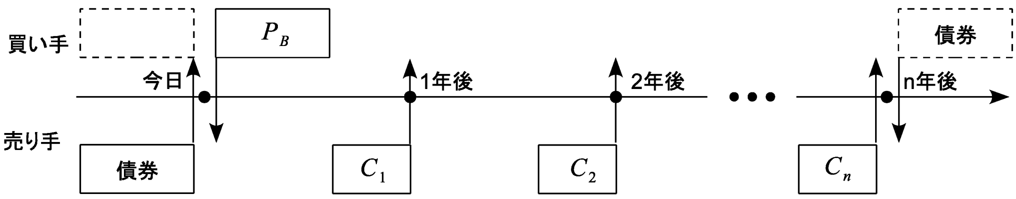

図 2.14: 一般的な債券のキャッシュフロー

この債券を購入すると n 回の異なるタイミングでの受け取りがあるので，今日貸し出す P_B 円を n 個の部分に分けることが考えてみましょう．前の利付国債のときと同様に考えれば，次のような表を作成することができます.

今日	1 年後	2 年後	$\cdots$	n 年後
$\frac{C_1}{1+i}$	C_1			
$\frac{C_2}{(1+i)^2}$	$\frac{C_2}{1+i}$	C_2		
$\vdots$				
$\frac{C_n}{(1+i)^n}$	$\frac{C_n}{(1+i)^{n-1}}$	$\frac{C_n}{(1+i)^{n-2}}$	$\cdots$	C_n
P_B				

表 2.4: 一般的な債券の利子率計算

[8]OpenOffice.org Calc のゴールシーク機能を用いました．Microsoft Excel にも同様の機能があります.

最後に，n 個の部分の総和が P_B 円にならなければならないので，次の方程式を導くことができます.

$$P_B = \frac{C_1}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{C_n}{(1+i)^n} \tag{2.2}$$

これが，この一般的な債券の利子率を求めるための方程式になります.

ここで，この式を用いて最初の割引国債（p.30，図 2.10）の利子率を計算してみましょう．満期が 3 年（$n = 3$），最初に支払う金額が 92,000 円（$P_B = 92,000$），最初の 2 年間の受け取りは 0 円（$C_1 = C_2 = 0$），満期時の受取が 100,000 円（$C_3 = 100,000$）ですから，2.14 式にあてはめれば次のようになります.

$$92,000 = \frac{0}{1+i} + \frac{0}{(1+i)^2} + \frac{100,000}{(1+i)^3}$$

コンピュータを用いてこの式を満たす i を計算すると 0.0357 となります．すなわち，この割引国債は，1 年につき 1 円あたり 0.028 円の利子をつけてくれるということです．したがって，図 2.11 の利付国債（利子率 0.0326）を購入するほうが，図 2.10 の割引国債を購入するより有利だということがわかります.

なお，このようにして計算された債券の利子率は，**複利最終利回り（yield to maturity）**とも呼ばれます.

2.5.4　債券の価格と利子率

債券の利子率を求める方程式 (2.2) を見れば，債券の価格（＝その債券を入手するのに最初に支払わなければならない金額）とその利子率との関係がわかります．なお，ここでは中古の債券，すなわち誰かが保有している債券を満期前に購入する状況を思い描いてください．すなわち，図 2.12 のような状況です．この状況で，あなたが最初の保有者から債券を購入する際の価格が 99,500 円でなく，たとえば 99,000 円や 97,000 円だとすると，あなたにとってのこの債券の利子率がいくらになるのかを見てみましょう.

すでに見たとおり，この債券が中古市場（正確には「流通市場」）で 99,500 円で売られている時，その利子率は以下の式で与えられ，計算すると 0.0326 となります.

$$99,500 = \frac{3,000}{1+i} + \frac{3,000 + 100,000}{(1+i)^2}$$

次に，この債券の価格がもう少し安く，99,000 円であったらどうでしょう．以下の式によって計算すると，その利子率は 0.0353 になります.

$$99,000 = \frac{3,000}{1+i} + \frac{3,000 + 100,000}{(1+i)^2}$$

債券価格がもっと安く，97,000 円であったとすると，以下の式からこの債券の利子率は 0.0460 になります.

$$97,000 = \frac{3,000}{1+i} + \frac{3,000 + 100,000}{(1+i)^2}$$

ここからわかるように，**債券の市場価格が低い（高い）ほどその債券がもたらす利子率は高い（低い）**ことになります．すなわち，何らかの理由で債券価格が上昇するとその利子率は低下し，反対に債券価格が低下すればその利子率は上昇することになります．実際に，先の例で様々な債券価格について利子率を計算したのが次の表 2.5 です．

債券価格	利子率
90,000	0.0866
91,000	0.0805
92,000	0.0725
93,000	0.0686
94,000	0.0629
95,000	0.0572

債券価格	利子率
96,000	0.0516
97,000	0.0460
98,000	0.0406
99,000	0.0353
100,000	0.03

表 2.5: 債券の価格とその利子率の関係

以上の債券価格と利子率との関係は，近似としては次のように理解してもよいでしょう．すなわち，債券の価格が上昇するということは，同じ収入を得るのにそれまでより多くの元手が必要になることを意味します．従って，収益率は低下していると考えられます．一方，債券価格が低下するということは，同じ収入を得るのにそれまでより少ない元手で済むことを意味します．従って，収益率は上昇していると考えられます．

債券価格とその利子率の間に以上のような関係が成立する**理由**を知ることはもちろん重要ですが，今後の講義を理解するためには，さしあたり「債券価格が上昇（低下）するときその利子率は低下（上昇）している」という関係だけ頭に入っていれば十分です．

2.6　利子率の決定：流動性選好理論

債券の利子率の決定については，すでに 2.4 節で見ています．そこでは，債券の利子率が貨幣の需要と供給を一致させるような水準にあれば，人々に行動を起こす誘因はなく，市場は「落ち着く」ことを理解してもらえたと思います．一方で，利子率がそれより高い/低い水準にあるとき，人々は行動を起こす誘因を持ち，利子率が変化していくであろうことも説明しました．そこでの問題は，人々の行動によって利子率は「市場が落ち着く水準」へと向かっていくのかどうかということでした．すなわち，市場は落ち着いていない状態から自ずと落ち着きを取り戻すのかということです．

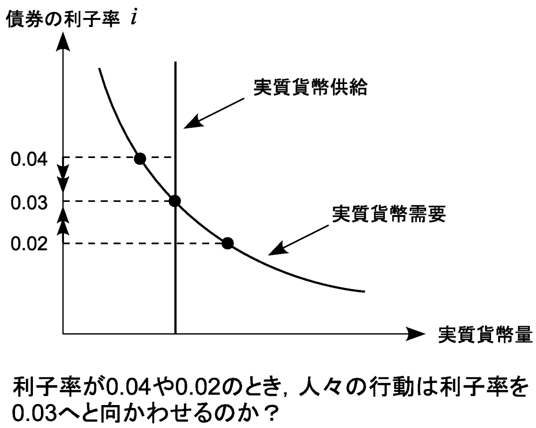

図 2.15: 貨幣の需給の一致

債券の利子率が何であるかを知った今，私達がこの問題について答えを出すことは容易です．まず，利子率が 0.04 のケースから考えてみましょう．図 2.15 から分かるように，このとき人々は自分が持ちたいと考える量を超える貨幣を持っています．したがって，資産における貨幣の割合を減らすため，債券を購入しようとするでしょう．したがって債券市場において債券の需要が急増し，**債券の価格が上昇**しはじめます．前節で見たとおり，債券価格の上昇はその**利子率の低下**を意味します．ところで，債券の利子率の低下は貨幣保有のコストの低下を意味しますので，債券価格の上昇に伴って**貨幣需要が増加**しはじめます．やがて利子率が貨幣の需要を供給に一致させるところ（つまり 0.03）まで低下したとき，人々の債券の（超過）需要は消滅し，債券価格の上昇も停止し，利子率の低下も停止します．

以上より，利子率が 0.03 を超える水準にあるとき，人々の起こす行動が自ずと利子率を 0.03 へ押し下げていきます．

利子率が 0.02 の場合はどうでしょうか．このとき，人々の保有している貨幣量は持ちたいと考えているそれを下回っています．したがって，資産における貨幣の割合を増やそうと，債券を売却しようとします．したがって債券市場で債券の供給が急増し，**債券価格が低下**しはじめます．債券価格の低下はその利子率の上昇を意味しますので，同時に人々の**貨幣需要は減少**しはじめます．やがて利子率が貨幣の需要を供給に一致させる水準（つまり 0.03）まで上昇したとき，人々の債券の（超過）供給は消滅し，債券価格の低下も停止し，利子率の上昇も停止します．

以上より，利子率が 0.03 を下回る水準にあるとき，人々の起こす行動が自ずと利子率を 0.03 へと押し上げていきます．