債では購入価格と額面価格とが等しい点と，**毎年支払いがある**点です．なお，この毎年の支払額のことを「クーポン」と言います．利付国債の場合，このクーポンの大きさが市場の趨勢を反映して決定されることになります．

さて，ここまでは，私達が新たに発行される国債を**政府から**購入するケースを想定してきました．しかし，実際の国債取引においては，他の誰かが購入し保有している国債を満期前に**保有者から**購入する取引も存在します．これは具体的には次のようなケースです．

A さんは 2009 年に新たに発行された額面価格 100,000 円，クーポン・レート 0.05，4 年満期の国債を政府から購入しました．しかし，2010 年に事業をはじめることになり，すぐに現金が必要になりました．そこで，満期が 3 年残っている（＝あと 3 回クーポンが支払われ，3 年後に 100,000 円で買い戻される）債券をいくらかで第 3 者に売ろうとします．

これは，いわば**中古の国債**の売買です．実は国債の取引においては，この中古国債の取引が圧倒的多数を占めます．

重要な点は，このとき国債が売買される「価格」は，額面価格に等しい必要はないということです．すなわち，発行当初は 4 回のクーポン支払いが保証されていたこの国債は，今や 3 回のクーポンしか保証されていません．したがって，この国債を購入するのに当初と同じ 100,000 円を要求される必然性はありません．そこで，一般に既発国債は額面価格以下で取引されますが，この価格は市場の趨勢を反映して決定されます．したがって，中古市場での債券の売買価格を「国債の（市場）価格」と言い，新発国債が売買される際の額面価格と区別します．むろん，国債の人気が高ければ高い市場価格がつき，不人気であれば低い市場価格がつくでしょう．図 4.13 では，額面価格 100,000 円の国債が 1 年後に市場価格 98,000 円で取引されていると想定しています．

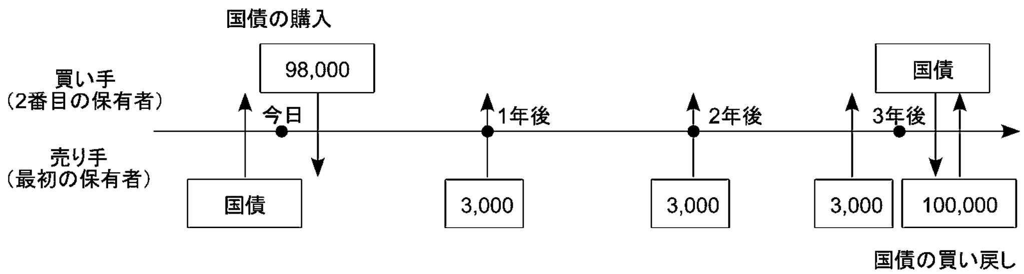

図 4.13: 既発国債を購入するケース

なお，この場合 2 番目の買い手から見ると，98,000 円を貸して年 3,000 円の支払いを 3 年間受け，3 年後に 100,000 円返してもらうことになります．

4.5.3 利子率あるいは複利最終利回り

上で見たように，割引国債と利付国債ではお金の流れが異なります．割引国債を購入すると元本も利子も最後に 1 回支払われるのみですが，利付国債を購入すれば毎年クー

ポンが支払われます．しかし，上の例では，割引国債には10,000円の利子がつくのに対し，利付国債のクーポンの合計額はそれより安い9,000円です．このような場合，政府にお金を貸すことを考えているあなたにとって，割引国債と利付国債どちらを購入するのが有利でしょうか．

また，上の例ではどちらも3年満期でしたが，当然満期が異なる国債を比較しなければならないときもあるでしょう．このように，支払いのタイミングや満期の異なる貸出・借入手法を比較するとき，どのような基準を採用すればよいでしょうか．その答えが**利子率**，厳密に言えば**複利最終利回り（yield to maturity）**ということになります．

すなわち，「90,000円を利子率□□で3年間貸す」という貸し方が，3年満期の割引国債と同じ結果（＝同じタイミングで同額の支払い）をもたらすためには，どれだけの利子率を課す必要があるかを計算します．同様に，「100,000円を利子率□□で3年間貸す」という貸し方が，3年満期の利付国債と同じ結果をもたらすために必要な利子率を計算します．いわば，様々な貸出方法をすべて「利子率□□で■年間貸す」という形に「仕立て直して」しまうわけです．こうして仕立て直すことで，全ての貸出方法は利子率という共通の基準で表示されますので，容易に比較することができるのです．仕立て直した後の利子率を，正確には「複利最終利回り」と呼びます．以下で，実際に利付国債の利子率を計算してみましょう．

利付国債を購入すると，受け取るお金の額とそのタイミングは次のようになります．

1年後	2年後	3年後
3,000円（クーポン）	3,000円（クーポン）	3,000円（クーポン） 100,000円（元本）

利子率 i で3年間貸し出すことで同じ時期に同じ金額を受け取るためには，今日の時点でどれだけのお金が必要か考えてみましょう．

まず，1年後に3,000円受け取るためには，今日の時点で $\frac{3,000}{1+i}$ 円貸し出す必要があります．なぜなら，今日 $\frac{3,000}{1+i}$ 円貸し出せば1年後には $\frac{3,000}{1+i} \times (1+i) = 3,000$ 円となるからです[7]．

次に，2年後に3,000円受け取るためには，今日の時点で $\frac{3,000}{(1+i)^2}$ 円貸し出す必要があります．$\frac{3,000}{(1+i)^2}$ 円は1年後には $\frac{3,000}{(1+i)^2} \times (1+i) = \frac{3,000}{1+I}$ 円となり，そのさらに1年後（つまり2年後）には $\frac{3,000}{1+i} \times (1+i) = 3,000$ 円となるからです．

最後に，3年後に3,000+100,000円受け取るためには，今日の時点で $\frac{3,000+100,000}{(1+i)^3}$ 円貸し出す必要があります．$\frac{3,000+100,000}{(1+i)^3}$ 円は1年後には $\frac{3,000+100,000}{(1+i)^3} \times (1+i) = \frac{3,000+100,000}{(1+i)^2}$ 円に，さらにその1年後（つまり2年後）には $\frac{3,000+100,000}{(1+i)^2} \times (1+i) = \frac{3,000+100,000}{1+i}$ 円に，そしてさらに1年後（つまり3年後）には $\frac{3,000+100,000}{1+i} \times (1+i) = 3,000 + 100,000$ 円となります．

したがって，利子率 i で貸し出す場合，利付国債と同じ時期に同額のお金を得るためには，今日の時点で以下の金額を貸し出すことが必要となります．

$$\frac{3,000}{1+i} + \frac{3,000}{(1+i)^2} + \frac{3,000+100,000}{(1+i)^3} \tag{4.1}$$

同じことを表にまとめたのが以下です．

[7] 利子率 i で P 円貸し出すと，1年後には $P \times (1+i)$ 円となる．p.57参照．

今日	1年後	2年後	3年後
$\frac{3000}{1+i}$	3000		
$\frac{3000}{(1+i)^2}$	$\frac{3000}{1+i}$	3000	
$\frac{3000}{(1+i)^3}$	$\frac{3000}{(1+i)^2}$	$\frac{3000}{1+i}$	3000
$\frac{100000}{(1+i)^3}$	$\frac{100000}{(1+i)^2}$	$\frac{100000}{1+i}$	100000

さて，以上から，クーポン 3,000 円・額面価格 100,000 円・満期 3 年の利付国債と同じタイミングで同額の支払いを受けるには，利子率 i で (4.1) 式だけの金額を今日貸し出さなければならないことがわかりました．これで，受け取る金額を等しくすることができたので，後は最初に支払う金額を等しくできれば，完全に利付国債と同じになります．

$$\frac{3,000}{1+i}+\frac{3,000}{(1+i)^2}+\frac{3,000+100,000}{(1+i)^3}=100,000 \tag{4.2}$$

左辺は利付国債と同じ金額を受け取るために今日必要な貸出額であり，右辺は利付国債の額面価格です．すなわち，この式を満たす利子率を計算すれば，最初の支払い額（貸出額）もその後の受取額（利子＋元本）も完全に利付国債と等しい貸出方法が見つかったことになります．コンピュータを用いて計算すると，(4.2) を満たす利子率は 0.03 となります[8]．すなわち，100,000 円を利子率 0.03 で今日から 3 年間貸し出すならば，それは私達の利付国債を今日購入するのと同じタイミングかつ同額の受け取りを約束してくれるのです．逆に言えば，この利付国債を購入することは，同じ 100,000 円を利子率 0.03 で同じ期間貸し出すのと同値だということです．

以上の話を，様々な貸出方法の「利子率」を計算する一般的な状況に拡張しておきましょう．すなわち，今，図 4.14 のようなお金の受け取りを約束してくれる債券があったとします．

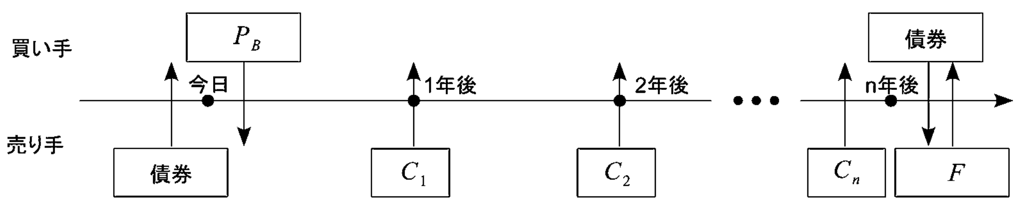

図 4.14: 一般的な債券のキャッシュフロー

そして，この債券を購入するのに F 円払わなければならないとしましょう．このような債券の「利子率」は，次の式によって求めることができます．

[8] OpenOffice.org Calc のゴールシーク機能を用いました．Microsoft Excel にも同様の機能があります．

債券の利子率

$$P_B = \frac{C_1}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{C_n}{(1+i)^n} + \frac{F}{(1+i)^n} \tag{4.3}$$

ここで，この式を用いて最初の割引国債（p.60，図 4.11）の利子率を計算してみましょう．満期が 3 年（$n = 3$），最初に支払う金額が 90,000 円（$P_B = 90,000$），最初の 2 年間の受け取りは 0 円（$C_1 = C_2 = 0$），満期時の受取が 100,000 円（$C_3 = 100,000$）ですから，4.14 式にあてはめれば次のようになります．

$$90,000 = \frac{0}{1+i} + \frac{0}{(1+i)^2} + \frac{100,000}{(1+i)^3}$$

この式を満たす i を計算すると 0.0357 となります[9]．すなわち，この割引国債を購入するのは，利子率 0.0357 で 3 年間貸し出すのと同値だということです．したがって，利付国債（利子率 0.03）を購入するより割引国債を購入したほうが有利だということがわかります．

4.5.4　債券の価格と利子率

債券の利子率を求める方程式 (4.3) を見れば，債券の価格（＝その債券を入手するのに最初に支払わなければならない金額）とその利子率との関係がわかります．なお，ここでは中古の債券，すなわち誰かが保有している債券を満期前に購入する状況を思い描いてください．すなわち，図 4.13 のような状況です．この状況で，あなたが最初の保有者から債券を購入する際の価格が 98,000 円でなく，たとえば 99,000 円や 97,000 円だとすると，あなたにとってのこの債券の利子率がいくらになるのかを見てみましょう．

まず，この債券が中古市場で 98,000 円で売られている時，その利子率は以下の式で与えられ，計算すると 0.037 となります．

$$98,000 = \frac{3,000}{1+i} + \frac{3,000}{(1+i)^2} + \frac{3,000 + 100,000}{(1+i)^3}$$

次に，この債券の価格がもう少し高く，99,000 円であったらどうでしょう．以下の式によって計算すると，その利子率は 0.033 になります．

$$99,000 = \frac{3,000}{1+i} + \frac{3,000}{(1+i)^2} + \frac{3,000 + 100,000}{(1+i)^3}$$

逆に，債券価格がもっと安く 97,000 円であったとすると，以下の式から，この債券を購入することは利子率 0.041 で貸し出すことと同じになります．

$$97,000 = \frac{3,000}{1+i} + \frac{3,000}{(1+i)^2} + \frac{3,000 + 100,000}{(1+i)^3}$$

ここからわかるように，**債券の市場価格が低い（高い）ほどその債券がもたらす利子率は高い（低い）**ことになります．

---
[9] OpenOffice.org Calc を使った近似計算の結果です．